



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

Departamento de Matemática

Asignatura: **ANÁLISIS MATEMÁTICO II**

Código: 284

Plan Vigente (*)

Cátedra: **Prof. Alejandro GARCIA VENTURINI**

Carreras: Lic. en Economía (texto ordenado, RCS N° 5636/12) y Actuario (texto ordenado, RCS N° 6207/13)

Aprobado por Res. Cons. Directivo (FCE)
Nro.: 2564/20

Valoración horaria semanal: 6 VH

En caso de contradicción entre las normas previstas en la publicación y las dictadas con carácter general por la Universidad o por la Facultad, prevalecerán éstas últimas.

1. ENCUADRE GENERAL

1.1. Contenidos Mínimos

Funciones de varias variables. Aproximación polinomial de funciones. Extremos libres y condicionados. Funciones compuestas e implícitas. Integración múltiple. Ecuaciones diferenciales. Aplicaciones a la gestión, a la economía y al campo actuarial.

1.2. Fundamentación

Dado que las carreras que se estudian en esta Facultad tratan de conceptos que son de naturaleza esencialmente cuantitativa, como por ejemplo: precio, costo, escalas de salarios, inversiones, ingresos, rentas y utilidades, es cada vez más importante que el alumno esté familiarizado con una gran variedad de conceptos matemáticos. Las matemáticas proporcionan una estructura sistemática lógica dentro de la cual pueden estudiarse las relaciones cuantitativas.

Por otra parte, el estudio del cálculo diferencial e integral permite al alumno adquirir la capacidad de abstracción necesaria para la formulación de respuestas generales y con rigor científico a diversos problemas de las ciencias económicas.

Las funciones de más de una variable permiten generalizar los conceptos económicos, financieros y de gestión definidos en Análisis Matemático I a modelos "más reales", tales como la marginalidad y la elasticidad parciales, y son una importante introducción a la optimización de funciones económicas de varias variables.

1.3. Ubicación de la asignatura en la currícula de la carrera

Su ubicación en el segundo tramo del Ciclo General de la carrera de Licenciatura en Economía y de la carrera de Actuario en Economía y en el primer tramo del Ciclo Profesional de la carrera de Actuario en Administración permite a los alumnos, por un lado haber cursado y aprobado Álgebra y Análisis Matemático 1, prerequisites indispensables para su estudio, y por otro lado adquirir conocimientos necesarios para comprender los contenidos correspondientes a materias como Microeconomía 1, Microeconomía 2, Estadística 2 y de diversas materias del Ciclo Profesional de sus carreras.

1.4. Objetivos

- Que los alumnos sean capaces de generalizar los conceptos de cálculo diferencial e integral de una variable a funciones de varias variables.
- Que los alumnos reconozcan que las funciones de más de una variable permiten generalizar los conceptos económicos, financieros y de gestión definidos en Análisis Matemático I a modelos "más reales", tales como la marginalidad y la elasticidad parciales.
- Que los alumnos sean capaces de resolver problemas económicos aplicando los conceptos de derivada parcial, extremos libres y condicionados e integrales múltiples.
- Que los alumnos sean capaces de plantear y resolver problemas y modelos económicos mediante el empleo de ecuaciones diferenciales.

2. Programa Analítico

Actividades teóricas: en las clases teóricas se desarrollarán los distintos temas del programa y se acompañarán con algunos ejemplos prácticos que se resolverán y analizarán en profundidad.

Actividades prácticas: en las clases prácticas se plantearán problemas correspondientes a los temas desarrollados en las clases teóricas. Los alumnos resolverán y discutirán otros ejercicios en grupo utilizando las nuevas tecnologías según corresponda a cada tema..

Unidad Temática 1: Funciones de varias variables

Espacio n-dimensional. Distancia. Entornos, punto de acumulación, punto interior, exterior y frontera. Sistema de coordenadas.

Revisión de conceptos de geometría analítica en \mathbb{R}^2 . Elementos de geometría analítica en \mathbb{R}^3 .

Funciones de \mathbb{R}^n en \mathbb{R} . Campo escalar. Superficies. Curvas y superficies de nivel. Representación gráfica. Dominio de un campo escalar. Aplicaciones económicas.

Objetivo de la unidad: Que el alumno reconozca funciones de más de una variable independiente en el campo de su especialidad y pueda representar gráficamente casos sencillos. Visualice curvas y superficies de nivel y aplique los conceptos a la resolución de problemas de economía y gestión. Pueda determinar su dominio gráfica y analíticamente.

Unidad Temática 2: Límite y continuidad

Límite doble o simultáneo: Definición. Propiedades.

Límites sucesivos o reiterados: Definición.

Límites radiales, parabólico, por curvas e nivel. Relaciones existentes entre los diferentes límites. Definición de función continua. Propiedades de las funciones continuas. Discontinuidades, clasificación.

Aplicación al estudio de funciones económicas.

Objetivo de la unidad: Que el alumno analice la existencia de límite de un campo escalar y lo aplique al estudio de la continuidad de funciones económicas.

Unidad Temática 3: Derivadas parciales

Definición de derivada parcial. Funciones derivadas parciales: uso de tabla. Interpretación geométrica. Relación entre derivabilidad y continuidad. Derivadas parciales de orden superior. Teorema de Schwarz.

Teorema del valor medio.

Derivada direccional y gradiente de un campo escalar. Relación entre el vector gradiente y la derivada direccional.

Aplicaciones a la economía y a la administración: Funciones marginales, función demanda, ingreso y costo. Elasticidad. Clasificación de bienes: Normales, inferiores, típicos, Giffen, complementarios y sustitutos.

Objetivo de la unidad: Que el alumno generalice el concepto de derivada, la interprete geométricamente, reconozca sus propiedades y aplique los conceptos adquiridos a resolver problemas de su especialidad, reconociendo en qué situaciones económicas se pueden aplicar estos conceptos.

Unidad Temática 4: Diferencial

Función diferenciable. Propiedades. Diferencial total. Plano tangente y recta normal a una superficie. Interpretación geométrica del diferencial total. La aproximación lineal.

Diferenciales sucesivos: Fórmula simbólica.

Aplicaciones económicas: Tasa marginal de sustitución y tasa de sustitución técnica. Modelo IS-LM.

Objetivo de la unidad: Que el alumno reconozca funciones diferenciables, el concepto de diferencial total y su interpretación geométrica. Que el alumno sea capaz de obtener el plano tangente y la recta normal a una superficie en un punto. Que pueda aproximar funciones linealmente. Que aplique los conceptos para resolver problemas de aplicación económica y de gestión.

Unidad Temática 5: Funciones Compuestas. Función implícita. Funciones homogéneas

Funciones compuestas e implícitas de una y de varias variables independientes.

Existencia y unicidad. Teorema de Cauchy-Dini. Derivadas de funciones compuestas e implícitas.

Ecuación del plano tangente cuando la superficie está expresada en forma implícita.

Funciones homogéneas. Definición. Propiedades. Teorema de Euler.

Aplicaciones económicas. Funciones económicas definidas en forma implícita o compuesta, funciones marginales. Funciones de producción homogéneas. Función de Cobb-Douglas. Propiedades.

Objetivo de la unidad: Que el alumno generalice el concepto de función, calcule derivadas de funciones compuestas y de funciones definidas implícitamente. Que reconozca funciones homogéneas y sus propiedades, con vistas a su aplicación a funciones económicas, especialmente las de producción.

Unidad Temática 6: Aproximación de funciones mediante polinomios

Fórmula de Taylor y de Mac-Laurin para funciones de dos variables. Desarrollo en serie de potencias. La aproximación polinómica.

Aplicaciones: Desarrollo en serie de funciones económicas.

Objetivo de la unidad: Que el alumno conozca las fórmulas de Taylor y Mac-Laurin para funciones de dos variables, así como sus deducciones a partir de lo conocido para una variable. Que aplique dichas fórmulas para aproximar funciones de dos variables mediante polinomios, en particular vinculadas con problemas actuariales, de economía y de gestión.

Unidad Temática 7: Extremos de un campo escalar

Extremos libres de una función de dos variables. Condiciones necesarias y suficientes para la existencia de extremos. Generalización a funciones de varias variables. El determinante Hessiano. Interpretación geométrica.

Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange. Interpretación económica. Problemas de optimización. Aplicaciones a la economía y a la administración.

Objetivo de la unidad: Que el alumno calcule extremos libres y condicionados de una función de varias variables y resuelva problemas de optimización de su especialidad. Que conozca la interpretación económica del multiplicador de Lagrange en distintos casos.

Unidad Temática 8: Integración múltiple

Concepto de integral doble. Propiedades. Condiciones de integrabilidad.

Cálculo de integrales dobles por integrales iteradas. Cálculo de áreas y volúmenes. Integral triple: Concepto. Aplicaciones económicas.

Objetivo de la unidad: Que el alumno sea capaz de resolver integrales dobles y triples, y las emplee para resolver diferentes problemas vinculados con las ciencias económicas.

Unidad Temática 9: Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

Definición y conceptos fundamentales: Orden y grado. Condiciones de existencia y unicidad de la solución. Solución general, particular y singular. Interpretación geométrica.

Resolución de ecuaciones diferenciales: Variables separables, homogéneas, lineales, Bernoulli, diferenciales totales exactas, factor integrante, reducibles a homogéneas.

Aplicaciones económicas.

Objetivo de la unidad: Que el alumno adquiera el concepto de ecuación diferencial, reconozca y resuelva diferentes tipos de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y las aplique para plantear y resolver modelos económicos sencillos.

Unidad Temática 10: Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficientes constantes

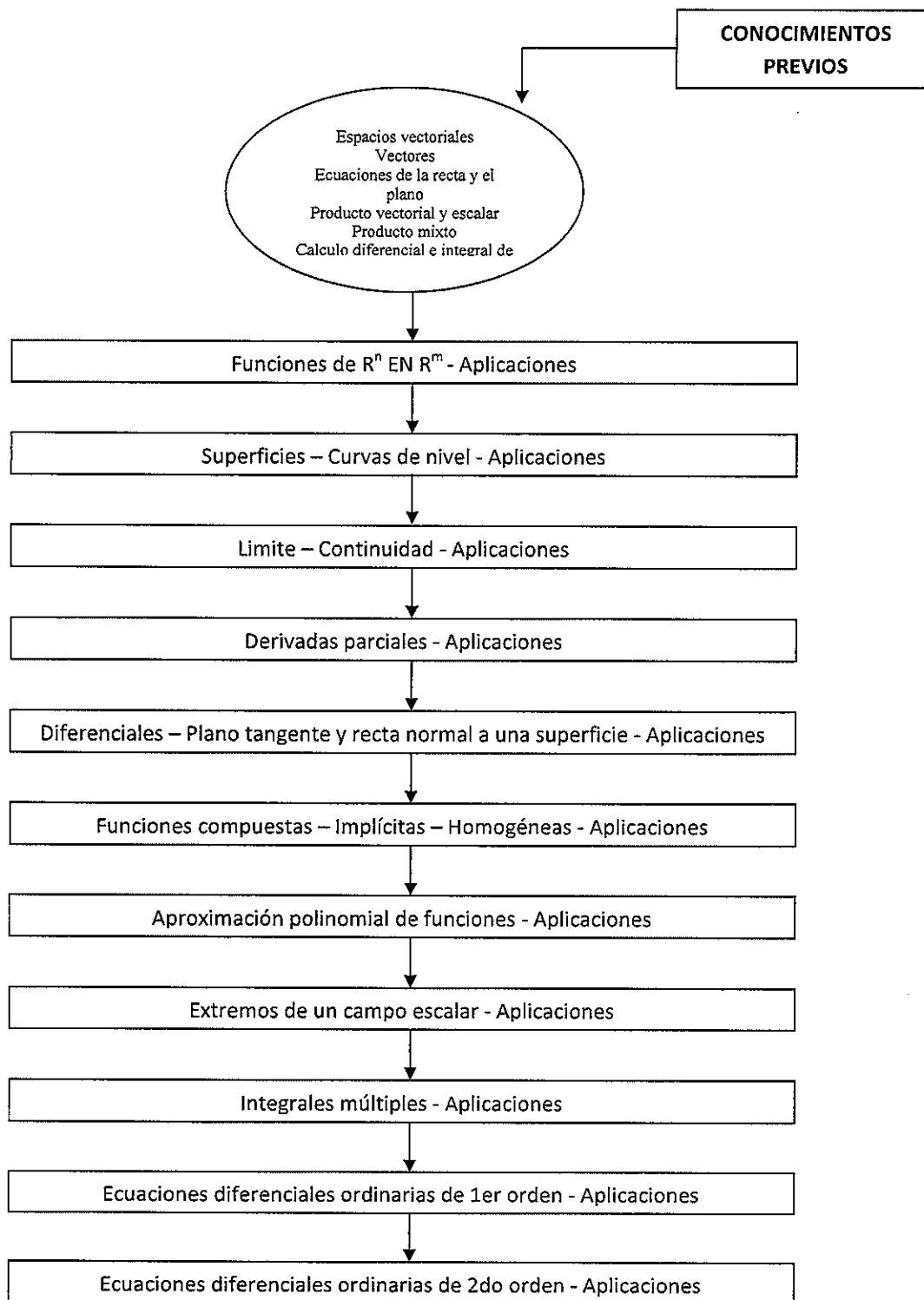
Definición. Condición de existencia. Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden homogéneas. Solución. Ecuación característica. Distintos casos. Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden completas con coeficientes constantes. Propiedades de sus soluciones. Solución general para los casos de segundo miembro polinómico, exponencial y/o trigonométrico.

Aplicaciones a la economía y a la administración.

Objetivo de la unidad: Que el alumno reconozca las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficientes constantes, resuelva ecuaciones homogéneas y completas con segundo miembro polinómico, exponencial y/o trigonométrico y las emplee para plantear y resolver modelos económicos.

ENFOQUE CONCEPTUAL

Esquema conceptual



3. Bibliografía

Básica:

- Budnik, F. (1996). Matemáticas Aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales. McGraw-Hill, México. Cap. 16, 17 y 18.
- Burgos, Juan de (1995). Cálculo infinitesimal de varias variables. McGraw-Hill, Madrid.
- Braun, M. (1990). Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones. Grupo Editor Iberoamérica, México.
- Casparri, M.; Trucco, S. (1969). Ecuaciones diferenciales. Ediciones Macchi, Buenos Aires.
- Chiang, A. (1994). Métodos fundamentales de economía matemática. McGraw-Hill, Madrid.
- García Venturini, A.; Kicillof, A. (2002). Análisis Matemático II para Estudiantes de Ciencias Económicas. Ediciones Cooperativas, Buenos Aires.
- Hoffman, L.; Bradley, G.; Rosen, K.H. (2006). Calculo Aplicado para Administración, Economía y Ciencias Sociales. McGraw-Hill, México. Capítulos 7, 8 y 9. Octava edición.
- Larson, R.E.; Hostetler, R.P.; Edwards, B.H. (2002). Calculo II. Pirámide, Madrid. Séptima edición.
- Marsden, J.; Tromba, A. (2004). Calculo Vectorial. Addison-Wesley Iberoamericana, México.
- Rabuffetti, H. (1995). Introducción al Análisis Matemático. Calculo 2. El Ateneo, Buenos Aires.
- Salas, H.E. (2003). Calculus. Volumen II. Editorial Reverte, Barcelona.
- Stewart, J. (2006). Calculo II. Thomson Learning, México.
- Thomas, Jr., George B. (2010) Cálculo de varias variables. Decimosegunda edición. Pearson. México.
- Weber, J. (1984). Matemática para Administración y Economía. Harla, México.

Ampliatoria:

- Allen, R. (1979). Análisis Matemático para Economistas. Aguilar, Madrid.
- Apostol, T.M. (1999). Calculus, vol. 2. Editorial Reberte, México.
- Arya, J.C.; Lardner, R.W. (1992). Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. Prentice Hall Hispanoamericana, México. Capítulos 17 y 18.
- Ayres, F. (1969). Ecuaciones diferenciales. Serie de compendios Schaum. Editorial McGraw-Hill, Colombia.
- Balbás de la Corte, A.; Gil Fana, J.A.; Gutiérrez Valdeón, S. (1991). Análisis matemático para la Economía I. Cálculo diferencial. Editorial AC, Thomson, Madrid.
- Balbás de la Corte, A.; Gil Fana, J.A.; Gutiérrez Valdeón, S. (1991). Análisis matemático para la Economía II. Cálculo integral y sistemas dinámicos. Editorial AC, Thomson, Madrid.
- Bers, L. (1972). Cálculo diferencial e integral, vol. 2. Interamericana, México.
- Bradley, G.; Smith, K. (1999) Cálculo de varias variables. Volumen 2. Prentice-Hall. Madrid.
- Calvo, M.E.; Escribano, M.C.; Fernández, G.M.; García, M.C.; Ibar, R.; Ordas, M.P. (2003). Problemas de matemáticas aplicadas a la economía y la empresa. Editorial AC, Madrid.
- Casparri, M.; Foncuberta, J.; Trucco, S. (1973). Análisis Matemático II. El Coloquio, Buenos Aires.
- Casparri, M.; Foncuberta, J.; Trucco, S. (1974). Análisis Matemático II. Ejercicios y complementos. El Coloquio, Buenos Aires.
- Haeussler, E.F.; Paul, R.S. (1997). Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida. Prentice-Hall Hispanoamericana, México. Capítulos 17 y 19.

- Leithold, L. (1988). Calculo para Ciencias Administrativas, Biológicas y Sociales. Harla, México.
- Piskunov, N. (1973). Cálculo diferencial e integral. Montaner y Simon, Barcelona.
- Pita Ruiz, C. (1995). Cálculo Vectorial. Prentice-Hall Hispanoamericana, México.
- Purcell, E.J.; Varberg, D.; Rigdon, S.F. (2001). Calculo. México, octava edición.
- Rey Pastor, J.; Pi Calleja, P.; Trejo, C.A. (1990). Análisis Matemático, vol. II y III. Editorial Kapelusz, Buenos Aires.
- Smith, R.T.; Minton, R.B. (2000). Cálculo. Tomo 2. McGraw-Hill, Colombia.
- Swokowski, E.W. (1989). Cálculo con geometría analítica. Grupo Editorial Iberoamérica, México.
- Tan, S.T. (2002). Matemáticas para Administración y Economía. Thomson, México. Capítulo 11.
- Zill, D.G. (1987). Cálculo con geometría analítica. Grupo Editorial Iberoamérica, México.
- Yamane, T. (1972). Matemática para economistas. Ariel, Barcelona.

4. Metodología de conducción del aprendizaje

Al inicio del curso se presentarán objetivos, contenidos y aspectos conceptuales generales de la asignatura.

Se realizará el desarrollo de los temas en clases con exposición dialogada, y se trabajará en pequeños grupos con técnicas de resolución de problemas. Se promoverá el estudio independiente y se facilitarán elementos para realizar investigación bibliográfica. También se propiciará la producción de mapas conceptuales.

Teniendo en cuenta que para los alumnos la generalización del cálculo de una variable a varias variables no resulta inmediata ni fácil se tratará de brindar una comprensión sólida e intuitiva de los conceptos básicos sin sacrificar la precisión matemática.

La resolución de ejercicios y problemas de aplicación realizada en las clases prácticas será complementada, en la medida de lo posible, con clases en el gabinete de computación mediante la utilización de sistemas de cálculo simbólico, tales como el Derive o el Mathematica.

Se trabajará en las aplicaciones de los contenidos matemáticos a diferentes áreas de la Economía utilizando como metodología el trabajo de campo y trabajos de investigación.

Se prevé la implementación de cursos de apoyo presenciales y de una línea de correo electrónico para consultas sobre ejercicios y problemas de la guía de trabajos prácticos.

Se invitará a los alumnos a visitar la página web de la asignatura donde figura información sobre el programa, las normas de cátedra, los horarios de los cursos de apoyo y consulta, actualización bibliográfica y trabajos de investigación sobre diferentes temas del programa realizados por docentes de la Cátedra.

Curso presencial: Tiene una carga horaria de 6 horas semanales: 4 horas teóricas y 2 horas de práctica.

5. Metodología de evaluación

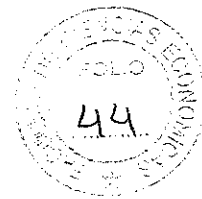
La modalidad de evaluación es la misma para los cursos presenciales y los cursos a distancia. Los profesores a cargo de cursos tomarán dos parciales escritos de carácter teórico-práctico, que deberán incluir como mínimo un ítem de aplicación a las Ciencias Económicas.

Para su evaluación se tendrá en cuenta:

- a) El desarrollo de los temas teóricos planteados.
- b) El procedimiento y desarrollo de los ejercicios y problemas.
- c) La justificación y análisis de los resultados.
- d) La clara y correcta expresión de las ideas.

El alumno **promocionará** la asignatura si al finalizar el curso reünere, como mínimo, el 75% de asistencia y el promedio de las instancias de evaluación, incluyendo el recuperatorio, debe ser de 7 (siete) o más puntos.

El alumno **regularizará** la asignatura si al finalizar el curso reünere el 75% de asistencia como mínimo y el promedio simple de ambos parciales (aprobado cada uno con una calificación igual o mayor que cuatro, teniendo la posibilidad de recuperar solo uno de ellos) se encuentre comprendido entre 4 (cuatro) y 6 (seis). En este caso deberá rendir examen final, manteniendo el derecho a dicho examen durante 2 (dos) años.



En los casos que sea necesario expresar en número entero el promedio de notas parciales o de éstas y el examen parcial, se aplicará el número entero superior si la fracción fuere de 0,50 puntos o más y el número entero inferior si fuere de 0,49 o menos. Cuando la nota fuese de 3,01 a 3,99 se calificará con 3(tres) puntos.

El alumno resultará con calificación **insuficiente** en la asignatura, si el promedio simple de ambos parciales es inferior a 4 (cuatro), una vez cumplimentada la instancia de la recuperación. En este caso podrá volver a cursar la asignatura o bien rendir examen libre de la misma.

Se considerara **ausente** el alumno que:

- a) No haya rendido ningún parcial.
- b) Que hubiese rendido solo uno de ellos con calificación 4 (cuatro) o más puntos.
- c) Que no haya cumplido con el 75% de asistencia.

El valor numérico de la nota final resultará de:

- a) Un valor no inferior al promedio simple de las calificaciones obtenidas en los parciales finalmente aprobados (lo que incluye un recuperatorio).
- b) En caso de registrar al menos un parcial con nota inferior a 4 (cuatro) que no fuera recuperado satisfactoriamente la nota final será el menor valor entre el promedio simple de las calificaciones y 3 (tres).
- c) Todo promedio mayor o igual que 3 (tres) y menor que 4 (cuatro) se considerará 3 (tres).
- d) Todo promedio mayor que 6 (seis) y menor que 7 (siete) se considerará 7 (siete).

Recuperatorios: Cuando una sola de las evaluaciones parciales del alumno haya sido calificada con una nota inferior a 7 (siete) o haya estado ausente, podrá rendir la correspondiente evaluación recuperadora a los efectos de regularizar o promocionar. La calificación de esta evaluación reemplazará la obtenida con anterioridad o el ausente.

Examen final:

Se aprueba con una calificación de 4 (cuatro) puntos.

Si la nota obtenida es inferior a 4 (cuatro) la calificación será **insuficiente**.

- a) Alumnos regulares

El examen final será escrito, teórico-práctico y deberá incluir como mínimo un ítem de aplicación a las Ciencias Económicas.

- b) Alumnos libres

El examen final será escrito, teórico-práctico, versará sobre cualquier tema incluido en el programa vigente y deberá incluir como mínimo un ítem de aplicación a las Ciencias Económicas.

En ambos casos para su evaluación se tendrá en cuenta:



- i) La resolución correcta de los ejercicios, el razonamiento seguido en la elaboración de los mismos, la exactitud y la precisión.
- ii) El correcto desarrollo de los temas teóricos propuestos y la capacidad para relacionarlos y fundamentarlos.
- iii) El planteo y resolución de los problemas de aplicación presentados.

Curso virtual: tiene dos instancias evaluatorias presenciales, lo mismo que la instancia recuperatoria y el examen final.